BESTIMMUNG DER VERSTÄRKUNGSSCHWANKUNGEN IN MIKROWELLENEMPFÄNGERN UND SPEZIELLE ANWENDUNGEN VON MIKROWELLENRADIOMETERN

INAUGURALDISSERTATION

der
philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Bern
zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Klaus Künzi
Wattenwil bei Thun

Von der philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät
auf Antrag von Herrn Prof. Dr. K. P. Meyer angenommen.

Bern, den 23. Januar 1970 — Der Dekan: Prof. Dr. K. Huber

Druck: Fr. Rickli Söhne AG Bern

Sonderabdrucke aus IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-16, 789—791;
Archiv der elektrischen Übertragung, Band 24, 194—198
und Zeitschrift für angewandte Physik und Mathematik, Band 22, 404—412

BESTIMMUNG DER VERSTÄRKUNGSSCHWANKUNGEN IN MIKROWELLENEMPFÄNGERN UND SPEZIELLE ANWENDUNGEN VON MIKROWELLENRADIOMETERN

INAUGURALDISSERTATION

der
philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät der
Universität Bern
zur Erlangung der Doktorwürde

vorgelegt von

Klaus Künzi

Wattenwil bei Thun

Von der philosophisch-naturwissenschaftlichen Fakultät
auf Antrag von Herrn Prof. Dr. K. P. Meyer angenommen.

Bern, den 23. Januar 1970 Der Dekan: Prof. Dr. K. Huber

Druck: Fr. Rickli Söhne AG Bern

Sonderabdrucke aus IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-16, 789—791;
Archiv der elektrischen Übertragung, Band 24, 194—198
und Zeitschrift für angewandte Physik und Mathematik, Band 22, 404—412

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

BESTIMMUNG DER VERSTÄRKUNGSSCHWANKUNGEN IN MIKROWELLENEMPFÄNGERN UND SPEZIELLE ANWENDUNGEN VON MIKROWELLENRADIOMETERN

I. A Microwave Scanning Radiometer
IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques MTT-16, 789–791

II. Empfangsfunktion von Zweiantennenradiometer zur Lokalisierung und Verfolgung kleiner strahlender Objekte
Archiv der elektrischen Übertragung, Band 24, 194–198

III. Statistical gain fluctuations of microwave amplifiers measured with a Dicke-radiometer
Zeitschrift für angewandte Physik und Mathematik, Band 22, 404–412

Lebenslauf

Ich wurde am 19. Februar 1939 in Thun geboren. In Bern besuchte ich die Primar- und Sekundarschule. Nach dem neunten Schuljahr trat ich in die Quarta des städtischen Bernischen Gymnasiums ein, das ich im Herbst 1959 mit der Matura Typ C verliess. Anschliessend begann ich an der Universität Bern das Physikstudium. Meine Lizentiatsarbeit konnte ich in der Mikrowellengruppe des Instituts für angewandte Physik durchführen, wo ich seit Herbst 1965 als Hilfsassistent und nach meiner Lizentiatsprüfung im Frühjahr 1966 als Assistent tätig bin. Im Rahmen dieser Tätigkeit in der Mikrowellengruppe entstanden einige Publikationen sowie die Arbeiten der vorliegenden Dissertation.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547627_0045

Reprinted from IEEE TRANSACTIONS
ON *MICROWAVE THEORY AND TECHNIQUES*
Volume MTT-16, Number 9, September, 1968
pp. 789-791
COPYRIGHT © 1968—THE INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS, INC.
PRINTED IN THE U.S.A.

A Microwave Scanning Radiometer

***Abstract*—A broad-band null-balancing scanning radiometer for 3-centimeter wavelength is described. Null-balance is achieved by using a diode in a feedback loop as a reference noise source. A radiometric map is instantaneously printed by an output writer during the antenna scan.**

I. Introduction

The use of microwave radiometers for the detection of thermal radiation of objects on the surface of the earth over large distances has been suggested and realized for different applications by several authors [1]–[3] many years ago. The advantages of microwaves for this purpose are 1) the great transparency of the air and 2) the availability of very sensitive detection devices and methods. Their disadvantages are 1) the poor angular resolution and 2) the fact that the spectral radiances of bodies with radiation temperatures between tens and hundreds of degrees Kelvin lie several orders of magnitude below the maximum value, according to Planck's law. The radiation temperature of an object is given by

$$T_r = \epsilon T_0 + (1 - \epsilon) T_s \qquad (1)$$

where ϵ and $(1-\epsilon)$ are, respectively, emissivity and reflectivity of the object, T_0 is its real or kinetic temperature, and T_s is the radiation temperature of the surroundings. Generally, T_s is not the average of the radiation temperature over the total half space 2π but, depending on the roughness of a surface in terms of wavelength [4], only the average over a much smaller angle according to diffraction.

The present work belongs to a program for the establishment of solar radio astronomy receivers. Our aim was to examine the angular and temperature resolutions and the speed of a radiometer in a practical application.

II. Description of the Radiometer

A block diagram of the radiometer equipment used in the experiment is shown in Fig. 1. It is a null-balancing type [5] receiver for the frequency range 8 to 12 GHz. This type of receiver has been chosen to avoid the influence of gain instabilities, which becomes serious if an accuracy of a few degrees is wanted over a dynamical range of 300 degrees —or even more than a thousand degrees in the case of solar radiation. The instantaneous null-balance is achieved by using a reverse-biased diode in a feedback circuit [6] as a noise source in the reference arm of the radiometer. The noise powers from the antenna and the reference arm, respectively, are fed through a ferrite circulator switch driven at 1 kHz to an RF amplifier consisting of two low-noise broad-band TWT's with an 8 to 12 GHz band filter; the RF gain was $\approx$65 dB. After detection, the 1-kHz signal, which is proportional to the difference of the noise powers from the antenna and the reference arm, is amplified and correlated by a phase sensitive detector. This correlation determines the increase or decrease of the diode bias for the null-balance of the input signals. A voltage proportional to the diode bias is fed to an integrating digital voltmeter (DVM). In a programming unit the binary-coded decimal output of the DVM is used to divide a certain maximum reading into 100 steps (digital voltage discrimination) and to each voltage step one out of 100 pins is electronically connected to a dc voltage. For an experiment, as described in Section III, the 100 pins can be combined in a number of groups (up to 20), each consisting of an arbitrary number of pins. If the dc voltage is applied to a pin within a certain group, the assigned type of the output writer corresponding to this group is printed. Using this grouping any desired response between diode current and types of the output writer can be realized. In Fig. 2 the special combinations of the available 100 gradations to 13 groups is indicated. The range of radiation temperatures to be expected is, according to (1), between a few degrees and about 300°K. For zero bias current through the diode, the reference arm of the radiometer is presenting the lowest possible input temperature, namely that of the cold region of the sky toward which the reference horn is directed (about 5°K). In Fig. 2 a graph of the radiation temperature as a function of reverse current for a typical 1N23B diode is shown. The diagram of the radiation temperature of the total reference

Manuscript received January 29, 1968.

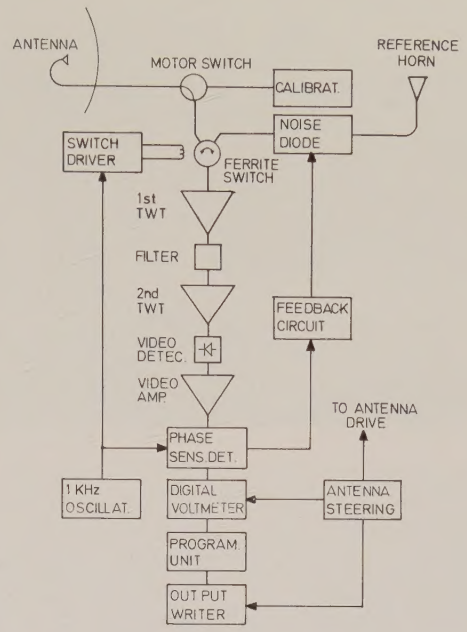


Fig. 1. Block diagram of the radiometer.

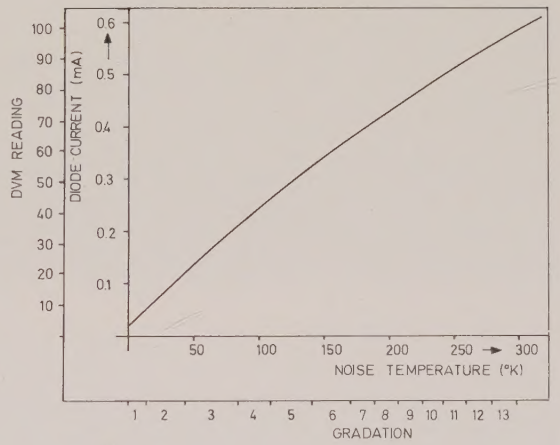
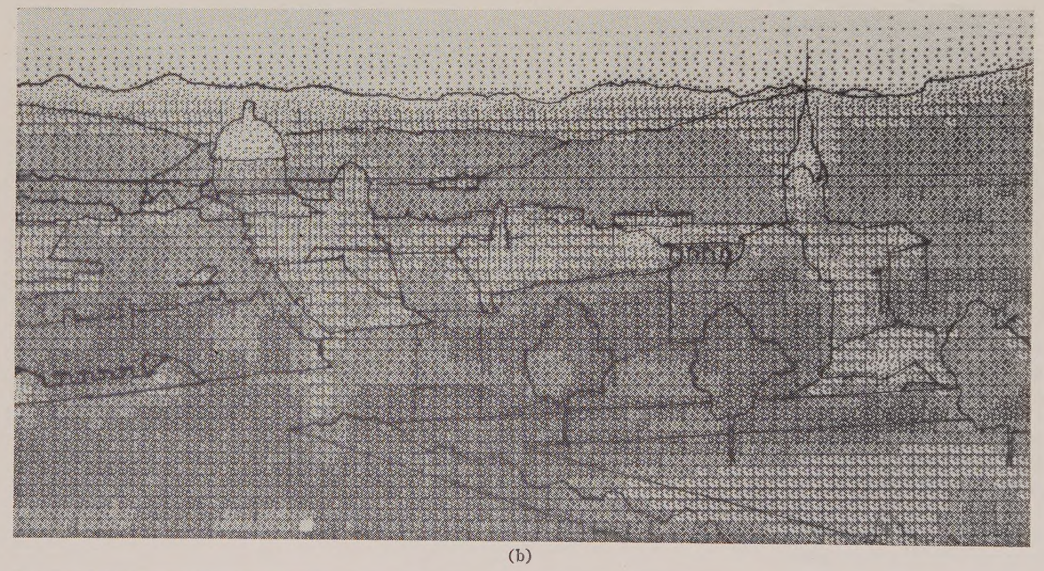
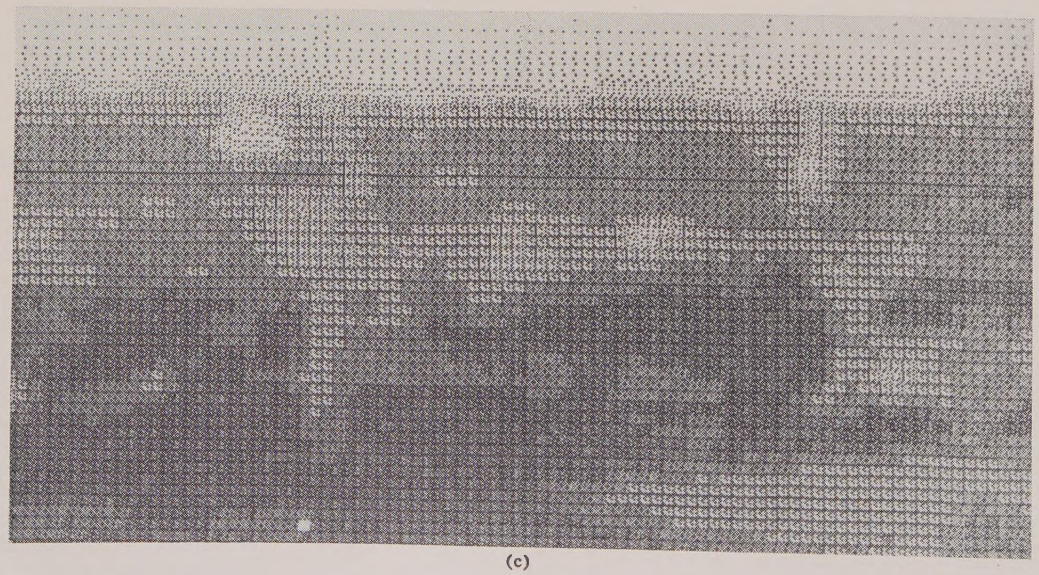


Fig. 2. Radiation temperature of a typical diode 1N23B as a function of the reverse bias current. The hundred gradations are combined to 13 groups for printing a map.

(a)



(b)



(c)

Fig. 3. Comparison of a radiometric map (c) with a photograph of the same view (a). For identification of the objects in (b) the most significant contours are traced on the radiometric map.

circuit has the same curve shifted to the right until it is crossing the abscissa at the sky temperature. (The attenuation by the diode and by the very short waveguide is negligible.) The time constant of the feedback loop can be varied, but it has to be much smaller than the integration time of the voltmeter. The maximum speed of the output writer is 8 to 10 types per second, therefore the integration time may be as long as 100 ms. The minimum detectable change in the input signal temperature [7] can be calculated from

$$\Delta T_s = 2 \cdot \frac{T_N}{\sqrt{\tau \cdot B}} \cdot \qquad (2)$$

For an RF bandwidth $B = 4 \times 10^9$ Hz, an equivalent noise temperature of the receiver $T_N = 3000°K$ and an integration time τ of 100 ms, ΔT_s should be 0.3°K. The measured value is one degree. A calibration of the radiometer is possible by the connection of a calibrated noise source to the radiometer input through a motor-driven waveguide switch (Fig. 1). The calibrated noise source consists of a neon discharge lamp in a suitable mounting and a motor-driven rotary attenuator (which may be set at an arbitrary attenuation by a remote control), a 15-dB multihole coupler, and another horn pointing to the same direction as that of the reference circuit. To the low-noise power from the horn a variable power from the noise lamp–attenuator combination is coupled (−15 dB), which gives an available radiation temperature from the calibrated source between 15°K and 600°K. This source itself has been calibrated by our standard load.

III. A Radiometric Map

A parabolic antenna with a diameter of 3 meters (3-dB beamwidth ≈ 40 minutes of arc for $\lambda = 3$ cm) has been used. The range equation [8] after all allowed approximations is

$$R^2 = A_T \Delta T_T \frac{A_R}{\lambda^2} \frac{\sqrt{\tau B}}{T_N} \qquad (3)$$

with the range R, the target area A_T, the temperature difference between target and surroundings ΔT_T, and the area of the receiving antenna A_R. This delivers $R^2 = 0.6 \times 10^5$ $A_T \Delta T_T$; or a target with $A_T \Delta T_T = 100$ degree square meter should be detectable up to a distance of 2.5 km. Because of the poorer sensitivity by about a factor 3, as already mentioned, the range was reduced slightly more than 1 kilometer.

The scan is realized by azimuthal and elevational movements of the antenna that are controlled by a synchronous counter (20 minutes arc/count). The antenna steering unit (Fig. 1) initiates the commands to the DVM for reading and to the output writer for print, next line, and stop. Twenty types of the output writer are replaced by special types of different gradations in blackness. For low antenna temperatures bright types are printed and for higher temperatures, dark types. Thirteen gradations appear to be enough because the human eye is not able to distinguish reliably more gradations within a picture.

Fig. 3(a) shows a photograph of the area scanned by the radiometer. The radiometer display is presented in Fig. 3(c). For easier identification of the objects the most significant contours are traced into the same radiometric map in Fig. 3(b). The objects in the near foreground, e.g., the trees, are not in the far-field zone of the antenna. The moving crane blurred somewhat the contours of objects around it. Each "point" of the map corresponds to 20×20 minutes of arc. The time needed to print a map of a 30°×15° view consisting of about 4000 measured "points" is about 10 minutes, a third of which is needed to reposition the antenna and reset the output writer to the start position of the next line. The observation time is determined by the slow printing rate of the output writer and the slow antenna drive. The radiometer response time is at least a factor 10 less. The described image processing has on the other hand the advantage of the simultaneousness of scan and print and therefore avoids complicated equipments for signal storage and computer processing that are reported from other experiments [9].

In conclusion we may state that a fairly recognizable thermal picture of a detailed scene can be printed within reasonable time using a wavelength of 3 cm, for which the transmission of the air, and thus the image quality, has been proved to be independent of fog.

Acknowledgment

The authors are indebted to Prof. K. P. Meyer, Head of the Institute of Applied Physics of the University of Bern, for the opportunity to undertake this work and for his continuous interest in its progress. We also would like to thank W. Amacher of our electronics group for substantial help in the realization of the electronic equipment.

Klaus Kuenzi
Erwin Schanda
Institute of Applied Physics
University of Bern
Bern, Switzerland

References

[1] O. Hachenberg, "Das Bild des Erdbodens in seiner thermischen Eigenstrahlung im cm-Wellengebiet," *Sitzungsber. Deut. Akad. Wiss.* (Berlin), Kl. Math. Phys. Tech., pp. 5–20, 1957.
[2] T. Siling and D. Nance, "Sensitive microwave radiometers detect small icebergs," *Electronics*, vol. 34, no. 19, pp. 72–75, 1961.
[3] C. D. McGillem and T. V. Seling, "Influence of system parameters on airborne microwave radiometer design," *IEEE Trans. Military Electronics*, vol. MIL-7, pp. 296–302, October 1963.
[4] S. N. C. Chen and W. H. Peake, "Apparent temperatures of smooth and rough terrain," *IRE Trans. Antennas and Propagation*, vol. AP-9, pp. 567–572, November 1961.
[5] K. E. Machin, M. Ryle, and D. D. Vonberg, "The design of an equipment for measuring small radio frequency noise powers," *Proc. IEE* (London), vol. 99, pp. 127–134, 1952.
[6] T. V. Seling, "An investigation of a feedback control system for stabilization of microwave radiometers," *IRE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-10, pp. 209–213, May 1962.
[7] M. E. Tiuri, "Radio astronomy receivers," *IEEE Trans. Military Electronics*, vol. MIL-8, pp. 264–272, July–October, 1964.
[8] S. Y. Chang, "A study on microwave radiometry," U. S. Army Tech. Rept. AD 283 461/M63-4-1, July 1962.
[9] G. T. Chalfin and W. B. Ricketts, "3.2 mm thermal imaging experiments," *Proc. 4th Symp. on Remote Sensing of Environment*, April 12–14, 1966, pp. 859–871.

Sonderdruck
aus
ARCHIV DER ELEKTRISCHEN ÜBERTRAGUNG

Empfangsfunktion von Zweiantennen-Radiometer zur Lokalisierung und Verfolgung kleiner strahlender Objekte

von Klaus Künzi

Empfangsfunktion von Zweiantennen-Radiometer zur Lokalisierung und Verfolgung kleiner strahlender Objekte

von Klaus Künzi*

Mitteilung aus dem Institut für angewandte Physik der Universität Bern, Schweiz

(AEÜ 24 [1970], Heft 4, 194–198; eingegangen am 8. Oktober 1969)

DK 621.396.96:523.164

Ein Radiometer mit zwei Antennen, deren Bündel leicht divergieren und die periodisch mit dem Empfängereingang verbunden werden, erlaubt durch Differenzbildung der Antennentemperaturen die Lokalisierung und Verfolgung kleiner strahlender Objekte. Die Methode ist mit dem Sequential Lobbing und Monopuls-Verfahren aus der Radartechnik zu vergleichen. Die Antennenempfangsfunktionen für Punkt- und Flächenstrahler werden für verschiedene Antennen-Divergenz-Winkel hergeleitet und mit Messungen verglichen. Das Vermögen, kleine strahlende Objekte zu lokalisieren, wurde untersucht und für einige spezielle Beispiele dargestellt.

Receiving Function of Two-antenna Radiometer for Localizing and Tracking Small Radiating Objects

A radiometer equipped with two antennas having slightly diverging beams can be used to localize small radiating objects. The two antennas are alternately switched to the receiver input and the difference of the antenna temperatures is measured. This method can be compared with 'sequential lobing' and 'monopulse' of radar engineering. The calculation of the antenna response patterns for different divergence angles is carried out for radiating point sources and homogeneously radiating quadratic surfaces, and the results are compared with measurements. The possibility of localizing small radiating objects is investigated and demonstrated for a few examples.

1. Einleitung

Die grundsätzliche Idee des im folgenden beschriebenen Verfahrens ist bereits aus der Radartechnik bekannt [1]. Es handelt sich um ein Mehrfachantennensystem mit leicht divergierenden Antennenbündeln, deren empfangene Signale miteinander verglichen werden. Der prinzipielle Aufbau eines entsprechenden Radiometers ist in Bild 1 dargestellt. Mit Hilfe des Schalters S wird abwechslungsweise die eine oder andere Antenne an den Empfänger geschaltet. Falls beide Antennen gleiches Signal empfangen, wie dies bei uniform strahlendem Hintergrund der Fall ist, wird kein Signal an den phasenempfindlichen Detektor gelangen. Ein strahlendes Objekt, das sich durch die Antennenbündel bewegt, bewirkt am Detektor solange einen Ausschlag, bis sich das Objekt genau in der Mitte zwischen den Antennenbündeln befindet. Aus dem Detektorsignal kann auch auf die Bewegungsrichtung und Ausdehnung des Objektes geschlossen werden. Bei unterschiedlicher Antennentemperatur entsteht ein dem Temperaturunterschied proportionales Signal:

$$T_1 - T_2 = a\,U\,. \tag{1}$$

T_1, T_2 sind die Antennentemperaturen der beiden Antennen in °K, a ist der Proportionalitätsfaktor des Radiometers in °K/V und U die Ausgangsspannung des phasenempfindlichen Detektors in V.

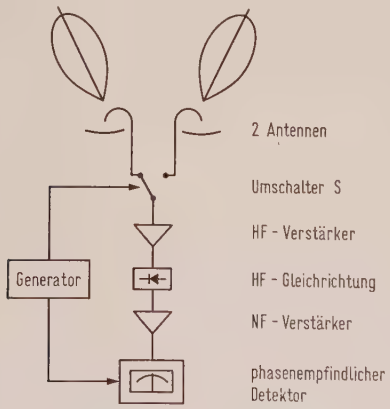


Bild 1. Prinzipschema eines Zweiantennenradiometers mit phasenempfindlicher Detektion.

2. Gewinnfunktion eines Zweiantennensystems für Punktquellen und Flächenstrahler

Im folgenden werden ausschließlich Zweiantennensysteme behandelt. Die erhaltenen Resultate lassen sich jedoch auch auf Drei- und Mehrantennensysteme sinngemäß anwenden.

Es wird angenommen, daß keine Parallaxe der zwei Antennen berücksichtigt werden muß, d.h. falls zwei einzelne Antennen verwendet werden, sollen diese so nahe beieinander liegen, daß für die betrachteten Objekte die Parallaxe verschwindet. Diese Annahme bedeutet keine große Einschränkung, da bei der Verwendung großer Antennen die zwei Antennenbündel im allgemeinen durch defokussierte Primärstrahler erzeugt werden und eine Parallaxe somit gar nicht auftritt.

Der Ursprung des Kugelkoordinatensystems r, ϑ_x, ϑ_y liege in den Antennen (Bild 2). Die Gewinnfunktion einer einzelnen Antenne darf mit für unsere Zwecke genügend guter Näherung (Vernachlässigung der Kreuzpolarisation und aller Neben-

* Dr. K. Künzi, im Institut für angewandte Physik der Universität, Sidlerstraße 5, CH-3000 Bern, Schweiz.

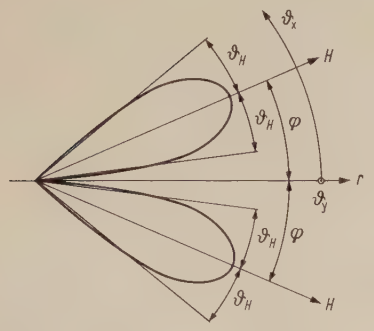


Bild 2. Kugelkoordinatensystem (r, ϑ_x, ϑ_y) der zwei Antennen. φ bedeutet den Divergenzwinkel der beiden Antennenbündel. ϑ_H ist die Halbwertsbreite der beiden rotationssymmetrischen Antennen.

zipfel) als Gaußverteilung angenommen werden [2]; sie kann also nach der Normierung geschrieben werden:

$$G(\vartheta_x, \vartheta_y) = \mathrm{e}^{-h^2(\vartheta_y^2+\vartheta_x^2)}. \tag{2}$$

Zur Anpassung dieser Funktion an die wirkliche Gewinnfunktion einer realen Antenne ist es zweckmäßig, die Gaußverteilung mit der gemessenen Gewinnfunktion in den 3-dB-Punkten übereinstimmen zu lassen. Wenn man sich auf rotationssymmetrische Gewinnfunktionen beschränkt und alle Winkel in halben Antennenhalbwertsbreiten ϑ_H angibt, bedeutet das, daß $G(\vartheta_x, \vartheta_y) = 0{,}5$ ist für $\vartheta_x = 0$ und $\vartheta_y = 1$ oder $\vartheta_x = 1$ und $\vartheta_y = 0$. Aus diesen Annahmen läßt sich der Wert von h zu 0,8326 bestimmen. Diese Näherung für die Gewinnfunktion wurde an verschiedenen sehr unterschiedlichen Antennen nachgeprüft. Die Resultate dieses Vergleichs sind in Tabelle I wiedergegeben. Für die im folgen-

Tabelle I. Überprüfung der Annahme einer Gaußverteilung für die Gewinnfunktionen verschiedener Antennen; Meßfrequenz in allen Fällen 10 GHz.

Antennentyp	Durchmesser	f/D	Randdämpfung	maximaler Fehler zwischen wirklicher Gewinnfunktion und Näherung	
				Bereich 0—3 dB	Bereich 3—17 dB
	cm		dB	%	%
Parabolantenne	300	0,29	16	1,5	1,0
Parabolantenne	150	0,43	9,5	1,0	2,0
Hornantenne	19,5	—	—	2,0	3,0
Hornantenne	8	—	—	1,5	1,0
Hornantenne	2,8	—	—	2,0	5,5

den beschriebenen Messungen wurden Hornantennen mit einem Durchmesser von 8 cm verwendet, der maximale Fehler beträgt für diese Antennen etwa 1,5%. Die Gewinnfunktion in einem differenzbildenden Zweiantennensystem mit dem Divergenzwinkel φ (Bild 2) lautet (3)

$$G(\vartheta_x, \vartheta_y, \varphi) = \mathrm{e}^{-h^2[\vartheta_y^2+(\vartheta_x+\varphi)^2]} - \mathrm{e}^{-h^2[\vartheta_y^2+(\vartheta_x-\varphi)^2]}.$$

Die Empfangsfunktion für eine strahlende Fläche ist das Faltungsintegral der Gewinnfunktion mit der Strahlungsverteilungsfunktion des Objektes. Das Objekt soll sich von nun an immer in einer Ebene bewegen, die parallel zur Ebene liegt, die durch die beiden Antennenhauptstrahlrichtungen aufgespannt wird. Von E. SCHANDA [3] wurde gezeigt, daß für die einfache Annahme eines uniformen quadratischen Strahlers vor einem uniformen Hintergrund für eine Antenne mit Gaußscher Gewinnfunktion die Faltung durch das Fehlerintegral beschrieben werden kann. Dabei werden die Kugelkoordinaten durch die rechtwinkligen Koordinaten der Tangentialebene ersetzt, d.h. die Winkel werden durch ihren Tangens ersetzt. Diese Annahme ist erlaubt, so lange stark bündelnde Antennen verwendet werden, da Winkel $> 3\vartheta_H$ keinen Beitrag liefern. Für die verwendete Hornantenne (Durchmesser 8 cm) beträgt der maximale Fehler für $3\vartheta_H$ etwa 3%. Diese neuen Koordinaten werden für Antenne und Strahler mit großen griechischen Buchstaben bezeichnet. Das Faltungsintegral für die Zweiantennenempfangsfunktion ergibt bei quadratischer Strahlerfläche

$$B(\Theta_x, \Theta_y, \Theta, \Phi) = \tag{4}$$

$$= \frac{1}{4}\{\mathrm{erf}[h(\Theta_y + \Theta)] - \mathrm{erf}[h(\Theta_y - \Theta)]\} \cdot$$

$$\cdot \{\mathrm{erf}[h(\Theta_x + \Theta - \Phi)] - \mathrm{erf}[h(\Theta_x - \Theta - \Phi)] -$$

$$- \mathrm{erf}[h(\Theta_x + \Theta + \Phi)] + \mathrm{erf}[h(\Theta_x - \Theta - \Phi)]\}.$$

Hier bedeutet Θ die halbe Seitenlänge des quadratischen uniformen Strahlers und das Fehlerintegral lautet

$$\mathrm{erf}(u) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^u \mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x.$$

Für die Antennentemperaturdifferenz $T_1 - T_2$ gilt mit ΔT, dem Temperaturunterschied des Objektes gegen den Hintergrund,

$$T_1 - T_2 = \Delta T\, B(\Theta_x, \Theta_y, \Theta, \Phi).$$

Für den Fall uniform strahlender Kreisscheiben zeigte E. SCHANDA [3], daß sich das auftretende Integral nur numerisch lösen läßt. Die maximalen Unterschiede zwischen den Empfangsfunktionen von flächengleichen runden und quadratischen

Tabelle II. Unterschiede der Empfangsfunktion von Einzelantennen für flächengleiche quadratische und runde Strahler.

Radius des runden Strahlers Θ_R	halbe Seitenlänge des quadratischen Strahlers Θ_H	maximaler Unterschied der Empfangsfunktion für runde und quadratische Strahler
0,5	0,443	0,2%
1	0,885	0,3%
1,5	1,33	1%
2	1,77	3%

Strahlern wurden in Tabelle II für Einzelantennen dargestellt. Man erkennt, daß bei einer Beschränkung auf kleine kreisförmige Strahler (Radius $\Theta_R < 1{,}5$) der maximale Unterschied kleiner als 1% ist. Deshalb sollen sich die folgenden Ausführungen auf quadratische Strahler beschränken.

Die Empfangsfunktion kann als Funktion der Größe Θ_x und mit Θ_y, Θ und Φ als Parameter berechnet werden, wobei die Normierung

$$\bar{B}(\Theta_x, \Theta_y, \Theta, \Phi) = \frac{B(\Theta_x, \Theta_y, \Theta, \Phi)}{\mathrm{erf}(h\Theta) - \mathrm{erf}(-h\Theta)} \qquad (5)$$

gelten soll. Der Nenner dieses Bruches stellt das Maximum der Empfangsfunktion einer einzelnen Antenne dar, das beim Durchgang eines quadratischen Strahlers mit der halben Kantenlänge Θ auftritt. Der Wert der einzelnen Maxima der Kurven in den Bildern 3, 4 und 5 stellt somit den Bruchteil dar der entsprechenden Maxima bei einer Messung desselben Objektes mit nur einer Antenne. Der Fall der Punktquelle ($\Theta = 0$) (diese Annahme ist bereits für Strahler mit einer halben Seitenlänge $\Theta \leqq 0{,}1$ zulässig, da der Fehler dann kleiner als 0,1% ist) stellt die Faltung mit einer δ-Funktion dar, dies führt wieder auf die Gewinnfunktion $G(\Theta_x, \Theta_y, \Phi)$ (Gl. (3)). Die Normierung soll der für Flächenstrahler entsprechen.

Im Bild 3 wurden für einen Divergenzwinkel $\Phi = 1$ und eine strahlende Fläche mit halber Seitenlänge $\Theta = 1$ die berechneten Kurven für den zentralen und verschiedene nichtzentrale Durchgänge aufgetragen. Im Bild 4 wurden Messungen zentraler Durchgänge einer Punktquelle mit verschiedenen Divergenzwinkeln Φ mit den berechneten Kurven verglichen. Man erkennt, daß für Divergenzwinkel $\Phi \geqq 1{,}5$ die Kurvenmaxima gleich groß sind wie der entsprechende Wert für eine einzelne Antenne. Für den Winkel $\Phi = 1$ beträgt der Unterschied im Maximum etwa 6%. Die Meßpunkte weisen eine sehr gute Übereinstimmung mit den berechneten Kurven auf. Vergleicht man den zentralen Durchgang ($\Theta_y = 0$) aus Bild 3 für eine Flächenquelle mit $\Theta = 1$ und Divergenzwinkel $\Phi = 1$ mit der entsprechenden Kurve im Bild 4 für eine Punktquelle, so sieht man, daß mit abnehmender Flächengröße Θ der Wert des Maximums zunimmt (für $0 \leqq \Theta \leqq 1$ liegt das Maximum zwischen 0,87 und 0,94). Bild 5 zeigt den Einfluß der Objektgröße auf die Empfangsfunktion für einen konstanten Divergenzwinkel. Da es sehr schwierig ist, im Laboratorium homogene Flächenstrahler herzustellen, war nur für die Werte $\Theta = 0$ und $\Theta = 0{,}75$ eine vergleichende Messung möglich, die in guter Übereinstimmung mit den gerechneten Werten steht.

Gemessen wurde mit einem Radiometer mit der Empfangsfrequenz 10,5 GHz (Bandbreite 1 GHz) und einer Rauschzahl von etwa 7,2 dB. Als Antennen dienten zwei Hornstrahler mit einem Durchmesser von 8 cm (Tabelle I). Als Umschalter S (Bild 1) wurde ein koaxialer Ferritzirkulator verwendet, der mit einer Schaltfrequenz von 1,6 kHz betrieben wurde. Der HF-Verstärker bestand aus drei in Kaskade geschalteten Tunneldiodenverstärkern mit einer Gesamtverstärkung von 42 dB.

3. Untersuchung des Nulldurchgangs beim Zweiantennensystem

Soll dieses Radiometer zur Lokalisierung oder zur Verfolgung von strahlenden Objekten dienen, so muß der Winkelfehler, mit dem der Nulldurchgang der Empfangsfunktion bestimmt wird, möglichst klein werden. Dessen Bestimmung soll im folgenden behandelt werden.

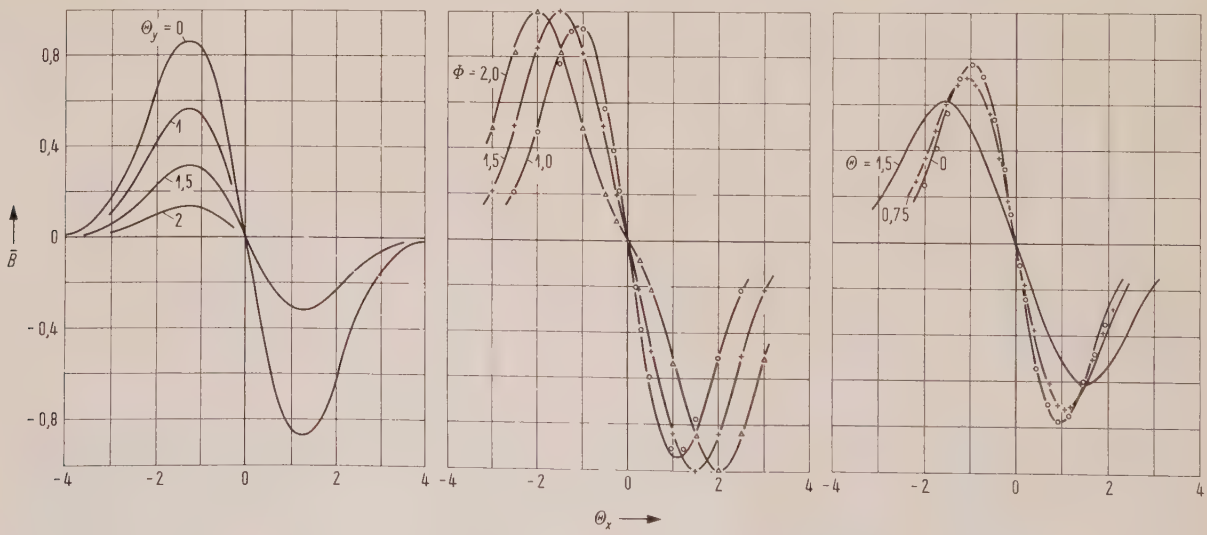


Bild 3.
Empfangsfunktionen für den Divergenzwinkel $\Phi = 1$, die Objektausdehnung $\Theta = 1$, für den zentralen und drei nichtzentrale Durchgänge mit den Werten 1, 1,5 und 2 für Θ_y.

Bild 4.
Vergleich der berechneten Empfangsfunktionen mit Meßpunkten für Punktquellen im zentralen Durchgang ($\Theta_y = 0$) für die Divergenzwinkel $\Phi = 1$, 1,5 und 2.

Bild 5.
Vergleich der berechneten Empfangsfunktionen mit Meßpunkten für Objekte mit unterschiedlicher Ausdehnung $\Theta = 0$ (Punktquelle), $\Theta = 0{,}75$ und $\Theta = 1{,}5$ (ohne Meßpunkte); Divergenzwinkel $\Phi = 0{,}667$.

Für den Winkelfehler $\Delta\Theta_x$ des Nulldurchgangs gilt die Proportionalität

$$\Delta\Theta_x \triangleq \Delta t \cot P. \tag{6}$$

Hier bedeutet P den Steigungswinkel der Tangente des Nulldurchgangs und Δt ist die Empfindlichkeit des Radiometers in °K, die durch die Beziehung

$$\Delta t = \frac{q(N-1)t}{\sqrt{H/D}}$$

definiert ist [4]. N bedeutet die Rauschzahl, H die HF-Bandbreite und D die NF-Bandbreite des Detektors, t beträgt definitionsgemäß 300 °K und $q \approx 2$ ist eine vom verwendeten Radiometerprinzip abhängige Konstante. Eine genaue Lokalisierung wird also dann erzielt, wenn das Produkt aus der Radiometerempfindlichkeit Δt und dem Kotangens des Neigungswinkels P möglichst klein wird. Die Größe Δt ist durch die Radiometereigenschaften (Rauschzahl, Bandbreite und Zeitkonstante) bestimmt und kann nicht verkleinert werden. Der Winkel P hingegen ist eine Funktion der Objekttemperatur und der Größen Θ und Φ; der Einfluß von Θ und Φ läßt sich leicht aus den Kurven in den Bildern 4 und 5 ablesen.

Die Ausgangsspannung $U(\Theta_x)$ am phasenempfindlichen Detektor beim Durchgang eines bestimmten Meßobjektes mit einem Strahlungstemperaturunterschied ΔT gegenüber dem Hintergrund berechnet sich zu (siehe Gl. (1) und (4))

$$U(\Theta_x) = \frac{\Delta T}{a} B(\Theta_x, \Theta, \Phi). \tag{7}$$

Da in diesem Abschnitt nur zentrale Durchgänge behandelt werden, ist $\Theta_y = 0$.

Der Winkel P kann aus der Ableitung der Radiometerempfangsfunktion $\left[\frac{\mathrm{d}U(\Theta_x)}{\mathrm{d}\Theta_x}\right]_{\Theta_x=0}$ bestimmt werden. Hier sollen zwei praktisch wichtige Fälle behandelt werden.

1. Der Strahlungstemperaturunterschied der betrachteten Objekte gegen den Hintergrund sei so mit deren Ausdehnung korreliert, daß die maximale Antennentemperatur $T_{\max}$ einer einzelnen Antenne immer dieselbe bleibt:

$$T_{\max} = \frac{1}{2}\Delta T[\mathrm{erf}(h\Theta) - \mathrm{erf}(-h\Theta)] = \\ = \Delta T\,\mathrm{erf}(h\Theta) = \mathrm{const}. \tag{8}$$

$T_{\max}$ ist das Produkt aus dem Objekt-Hintergrundtemperaturunterschied und der Faltung der Empfangsfunktion einer Einzelantenne [2] mit der Strahlungsverteilungsfunktion des homogenen strahlenden Quadrates mit halber Seitenlänge Θ. Wählt man eine normierte Antennentemperatur $T_{\max} = 1$, so gilt

$$\Delta T = 1/\mathrm{erf}(h\Theta), \tag{9}$$

und die Ableitung für die Radiometerempfangsfunktion lautet (10)

$$\frac{\mathrm{d}U(\Theta_x)}{\mathrm{d}\Theta_x} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}}[\mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x+\Theta-\Phi)^2} - \mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x-\Theta-\Phi)^2} - \\ - \mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x+\Theta+\Phi)^2} + \mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x-\Theta+\Phi)^2}].$$

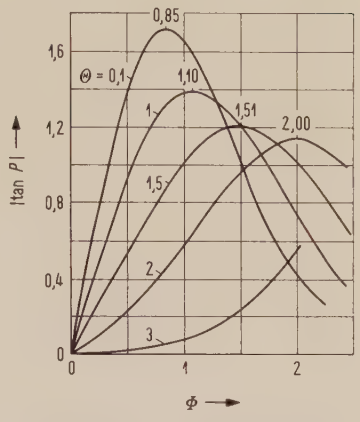


Bild 6. Die Steigung der Empfangsfunktion im Nulldurchgang bei Erzeugung einer konstanten Antennentemperatur $T_{\max}$. Die Steigung tan P ist als Funktion des Divergenzwinkels Φ aufgetragen mit der Objektausdehnung Θ als Parameter.

Im Bild 6 sind die zugehörigen Kurven aufgetragen, wobei $a = 1$ gesetzt wurde. Aus Bild 6 läßt sich herauslesen, daß für eine Punktquelle die maximale Steigung bei einem Divergenzwinkel von $\Phi = 0{,}85$ erreicht ist. Für zunehmende Objektgröße nimmt die Steilheit jedoch rasch ab. Man erkennt, daß außer für kleine Strahler ($\Theta < 1$) immer für einen Divergenzwinkel $\Phi \approx \Theta$ ein Maximum der Steilheit auftritt, das bedeutet, daß das Objekt dann genau zwischen die Antennenbündel „paßt". Im Bild 7 wurde die Steigung gegenüber der Objekt-

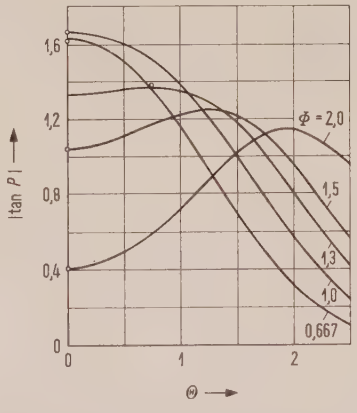


Bild 7. Die Steigung der Empfangsfunktion im Nulldurchgang für die Annahme einer konstanten Antennentemperatur $T_{\max}$. Die Steigung tan P ist als Funktion des Divergenzwinkels Φ aufgetragen mit der Objektausdehnung Θ als Parameter. Einige Meßpunkte für $\Theta = 0$ und ein Punkt für $\Theta = 0{,}75$ und $\Phi = 0{,}667$ bestätigen die Berechnung.

größe Θ aufgetragen. Für den Divergenzwinkel $\Phi \approx 1{,}3$ ist die Steigung über einen Bereich von $0 \leqq \Theta \leqq 1{,}2$ konstant auf 2,5%. Dieser Winkel empfiehlt sich also für alle Fälle, bei denen es gilt, verschieden große Objekte mit gleicher Genauigkeit zu lokalisieren oder zu verfolgen. Bild 8 zeigt als Ergänzung zu den Formeln (8) und (9) die Strahlungstemperaturunterschiede ΔT der Objekte als Funktion ihrer Ausdehnung Θ, unter den getroffe-

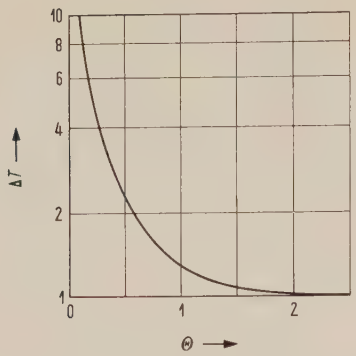


Bild 8. Strahlungstemperaturunterschied ΔT für die Annahme einer konstanten Antennentemperatur T_{max}. Für die Objektausdehnung $\Theta \to \infty$ geht $\Delta T \to 1$.

nen Annahmen über den Zusammenhang von Strahlungstemperaturunterschied ΔT und Ausdehnung Θ.

2. Der Strahlungstemperaturunterschied ΔT eines Objektes soll konstant gleich eins sein. Es wird ausschließlich der Einfluß der Objektgröße auf die Steigung untersucht. Die entsprechende Ableitung der Funktion lautet (11)

$$\frac{\mathrm{d}U(\Theta_x)}{\mathrm{d}\Theta_x} = \frac{1}{a\sqrt{\pi}}\left[\mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x+\Theta-\Phi)^2} - \mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x-\Theta-\Phi)^2} - \mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x+\Theta+\Phi)^2} + \mathrm{e}^{-h^2(\Theta_x-\Theta+\Phi)^2}\right].$$

Für kleine Θ werden jetzt die Maxima der zugehörigen Empfangsfunktionen sehr flach und dementsprechend wird die Steigung im Nulldurchgang sehr klein. Im Bild 9 sind die dem Bild 7 entsprechenden Kurven dargestellt. Man sieht, daß für

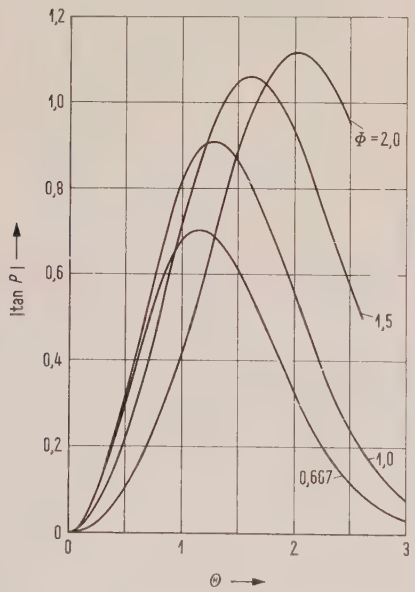


Bild 9. Die Steigung der Empfangsfunktion im Nulldurchgang für die Annahme einer konstanten Objekttemperaturdifferenz ΔT. Die Steigung tan P ist als Funktion der Objektausdehnung Θ aufgetragen mit dem Divergenzwinkel Φ als Parameter.

$\Theta \to 0$ auch die Steigung $P \to 0$ strebt. Für große Werte von Θ ($\Theta > 2$) stimmen die Kurven in den Bildern 7 und 9 überein, da dann die Antennentemperaturen für beide Fälle gleich sind.

Die Lokalisierung eines Objektes wäre auch mit einer einzelnen Antenne möglich: durch Ausmessen der größten Flankensteilheit F der Empfangsfunktion. Ein solches Verfahren ist nicht nur technisch bedeutend schwieriger, sondern auch ungenauer, da der Tangens von P unter günstigen Voraussetzungen (Φ ist für ein bestimmtes Θ so zu wählen, daß P möglichst groß wird) größer ist als der entsprechende Tangens von F, es gilt für Werte von $\Theta < 1$ und Divergenzwinkel $1 \leqq \Phi \leqq 2$

$$2 \leqq \tan P/\tan F \leqq 1.$$

4. Schlußbemerkungen

Das hier beschriebene Verfahren erlaubt den Bau von Radiometern, die strahlende Objekte selbständig verfolgen können. Je nach Bewegungsrichtung der Objekte steht ein positives oder negatives Fehlersignal zur Verfügung. Es muß nur bekannt sein, ob das Objekt eine höhere oder tiefere Strahlungstemperatur als die Umgebung hat, denn dadurch wird bestimmt ob — für eine bestimmte Bewegungsrichtung — das Vorzeichen im Nulldurchgang von Plus nach Minus wechselt oder umgekehrt.

Mit einem vereinfachten Zweiantennenradiometer wurde die Lokalisierbarkeit von Objekten im Gelände nachgeprüft. Verwendet wurden zwei Parabolantennen (Durchmesser 80 cm) und ein Radiometer, das bei der Frequenz von 8,7 GHz (Bandbreite 1 GHz) arbeitete. Die Rauschzahl betrug etwa 10 dB. Es gelang mit diesem Gerät, einen Personenwagen (VW) bis auf 300 m Distanz zu detektieren. Der Strahlungstemperaturunterschied ΔT betrug in diesem Fall etwa 150 °K [5].

Eine andere Anwendung wäre in der solaren Radioastronomie das Lokalisieren und Verfolgen von Strahlungsausbrüchen.

Der Verfasser dankt Herrn Prof. K. P. Meyer für die Möglichkeit zu dieser Arbeit und Herrn H. Haldemann für die Programmierarbeiten der numerischen Auswertungen. Sein besonderer Dank gilt Herrn Dr. E. Schanda für alle Diskussionen und Anregungen, mit denen er die vorliegende Arbeit unterstützt hat.

Schrifttum

[1] Rhodes, D. R., Introduction to monopulse. McGraw-Hill Book Co., New York 1959.

[2] Wheeler, H. A., Antenna beam patterns which retain shape with defocusing. Transact. Inst. Radio Engrs. AP-**10** [1962], 573–580.

[3] Schanda, E., Auflösung von Kontraststrukturen ausgedehnter Strahler durch Radiometer-Antennen mit Gaußscher Charakteristik. AEÜ **20** [1966], 569–572.

[4] Tiuri, M. E., Radio astronomy receivers. Transact. Inst. Elect. Electron. Engrs. MIL-**8** [1964], 264–272.

[5] Künzi, K. und Magun, A., Feldüberwachung mit einem Mikrowellenradiometer. Berichte des Instituts für angewandte Physik, Universität Bern, IAP-68/03.

Reprint from
JOURNAL OF APPLIED MATHEMATICS AND PHYSICS (ZAMP)
Vol. 22, Fasc. 3 (1971) BIRKHÄUSER VERLAG BASE Pages 404–412

Statistical Gain Fluctuations of Microwave Amplifiers Measured with a Dicke-radiometer

By Klaus Künzi and Andreas Magun

Statistical Gain Fluctuations of Microwave Amplifiers Measured with a Dicke-radiometer

By Klaus Künzi and Andreas Magun, Institute of Applied Physics, University of Berne

Dedicated to Professor K. P. Meyer for his 60th anniversary

I. Introduction

It was shown in a preceding paper by the authors [1] that the influence of the RF-amplifier gain variations on the minimum detectable temperature difference $\overline{\Delta T}_{min}$ of a balanced Dicke-Radiometer [2] can be used to measure the spectrum of the gain variations. The relevant formula derived there is

$$\overline{\Delta T}_{min} = \pi\, T_{sys} \left[\frac{\int_{-\infty}^{\infty} H\,(f_m - f')\, L(f')\, df'\, (1 + 4\, B\, S_g(f_m))}{2\, B} \right]^{1/2} \tag{1}$$

Here B = RF-bandwidth of the radiometer, f_m = modulation frequency of the radiometer, T_{sys} = system temperature (the sum of the noise temperature T_n and the input temperature T_i). H is the frequency response function of the video-filter and L the response function of the low-pass filter. Formula (1) is exactly valid only if there is no temperature difference at the two radiometer inputs.

The spectral gain variations $S_g(f_m)$ per unit frequency interval near f_m can be deduced from formula (1)

$$S_g(f_m) = \frac{1}{4\, B} \left[\left(\frac{\overline{\Delta T}_{min}}{\Delta T_{min}} \right)^2 - 1 \right] . \tag{2}$$

In this formula ΔT_{min} is the calculated minimum detectable temperature difference when no gain variations are present, $S_g(f_m) = 0$.

II. Description of the Radiometer Setup

For the measurement of $\overline{\Delta T}_{min}$ as a function of the modulation frequency f_m, a normal Dicke-radiometer setup (Fig. 1) was used. To measure gain variations at a given frequency f_m the switch 1 (Fig. 1) was in position T_1 and a load with the temperature T_1 was connected to the radiometer input. This situation can be considered as the switching between two loads at exactly the same temperature provided the correlation time t which is inversely proportional to the RF-bandwidth is $\ll 1/f_m$. For the described radiometer the RF-bandwidth was $B > 10^7$ Hz, and the switching frequencies $f_m \leqslant 10^4$ Hz. The *rms* noise voltage V_{rms} at the output is proportional to $\overline{\Delta T}_{min}$. A second measurement is taken with switch 1 in Position T_1, T_2. The

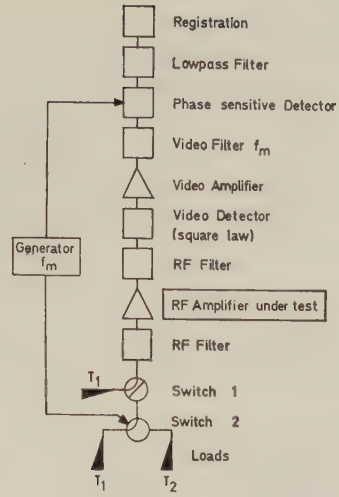


Figure 1
Block diagram of the radiometer setup. The generator drives synchronously the 'Dicke-switch' (switch 2) and the phase sensitive detector. Switch 1 is a manually operated waveguide or coaxial switch.

switch 2 connects alternatingly the two loads at temperatures T_1 and T_2 to the radiometer input. The mean value of the output voltage V is plotted on the recorder (Fig. 1). It is proportional to the known temperature difference $T_1 - T_2$. For $\overline{\Delta T}_{min}$ one may write

$$\overline{\Delta T}_{min} = \frac{V_{rms} \cdot (T_1 + T_2)}{\overline{V}} \quad . \tag{3}$$

The temperatures T_1 and T_2 have to be corrected for the losses in the components preceding the RF-amplifier input. The temperature difference $T_1 - T_2$ was chosen very small, in the order of a few degrees Kelvin.

The radiation temperatures T_1 and T_2 were stabilized long term (a few hours) to $\pm$ 0.1 °K and short term (a few minutes) to $\pm$ 0.01 °K. Because of the thermal inertia of the loads we can expect that temperature variations as fast as the switching frequencies ($\geq$ 0.1 Hz) may be neglected.

For the RF-switch in a Dicke-radiometer the theory [1] assumes an ideal squarewave modulation. Our experiments have shown that a switch with a risetime of less than 1/50 of the switching period and with an isolation $\geq$ 20 dB is a sufficient approximation to squarewave modulation. In Table 1, the characteristics of the three tested RF-amplifiers are tabulated.

We also investigated the noise at the radiometer output due to gain variations of the low frequency part of the radiometer, and the flicker-noise of the video detector. The noise of these components was at least, namely for the worst case at $f_m = 0.1$ Hz, five times smaller than the noise produced by the RF-amplifiers.

Table 2 shows characteristics of the RF-filter, the video filter and the lowpass-filter. The theory assumes a rectangular bandpass characteristic for the RF-filter. The interdigital Chebychev filter in our apparatus permits a reasonable approximation of the assumed transfer function. For the mixer a square bandpass characteristic is realized, too, because of the nearly rectangular bandpass characteristic of the IF-amplifiers. The transfer function $H(f_m - f')$ of our Videofilters may be approximated

Table 1
Characteristics of the different RF-amplifiers (* factory specifications).

Amplifier type	RF-gain (dB)	Bandwidth 3 dB points (MHz)	Center frequency (GHz)	Calculated ΔT_{min} $1/\varepsilon = 1$ sec (°K)	T_n (°K)	Video detector
TWT 2 cascaded Travelling-wave-tubes	68	900	8.65	0.32°	4000°	1N23B
TDA 4 cascaded Tunnel diode-amplifiers T7603 Aertech	56 ± 1,5 dB over range 0–50 °C *	1100	10.43	0.087°	1000°	Tunnel diode detector D812B Aertech
Mixer MA-1103A-20E Microw. Assoc. solid state IF-amplifier IAP BO-69 solid state	Preamplifier RF to IF gain 20 dB* IF-amplifier 40 dB	2 × 20 double side band	8.666	0.49°	1100°	Schottky-barrier diode HP-2900 Hewlett-Packard

Table 2
Characteristics of the filters in the radiometer setup.

Amplifier type	RF-filter 3 dB points (MHz)	Video-filter 10 kHz – 300 Hz	30 Hz – 0.1 Hz	Low-pass-filter (integration) 30 kHz – 300 Hz	30 Hz – 3 Hz	1 Hz – 0.1 Hz
TWT Travelling-wave-tube	Interdigital stripline-filter (Chebychev) rectangular passband 8200–9100	LC-filter $q \simeq 20$ assumed passband response $\exp 2\,(-h^2\,(f_m - f')^2)$	Active filter $q \simeq 20$	RC-filter $\tau = 1$ sec	RC-filter $\tau = 10$ sec	RC-filter $\tau = 50$ sec
TDA Tunneldiode-amplifier	Interdigital stripline-filter (Chebychev) rectangular passband 9880–10980	LC-filter $q \simeq 20$ assumed passband response $\exp 2\,(-h^2\,(f_m - f')^2)$	Active filter $q \simeq 10$	RC-filter $\tau = 1$ sec Digitalvoltmeter $T = 1$ sec	RC-filter $\tau = 10$ sec Digitalvoltmeter $T = 10$ sec	Digitalvoltmeter $T = 100$ sec
Mixer	IF-amplifier (double sideband) 8626–6846 8686–8706	LC-filter $q \simeq 20$ assumed passband response $\exp 2\,(-h^2\,(f_m - f')^2)$	Active filter $q \simeq 10$	RC-filter $\tau = 1$ sec Digitalvoltmeter $T = 1$ sec	Digitalvoltmeter $T = 10$ sec	Digitalvoltmeter $T = 100$ sec

by a function of the form $\exp 2\,(-h^2\,(f_m - f)^2)$. The error between the measured insertion loss and this approximation is $< 3\%$ of the maximum value of f_0 between the 3 dB-Points and $< 12\%$ below 3 dB. The transfer function of the lowpass-filter is

$$L(f') = \frac{1}{(2\,\tau\,\pi\,f')^2 + 1}$$

for the RC-filter with a time constant τ and

$$H(f') = \frac{\sin^2(\pi\,f'\,T)}{(\pi\,f'\,T)^2}$$

for an integrating digital voltmeter with a sampling time T. If the integral of formula (1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} H\,(f_m - f')\,L(f')\,df'$$

is calculated with these expressions for the filter characteristics, it can be shown that the integral may be replaced, with a resulting error of less than 10% for $\overline{\Delta T}_{min}$, by suitable time constants $1/\varepsilon$, provided $1/T$ or $1/\tau$, respectively, is smaller than or equal to the video filter bandwidth $1/T \leq b$ or $1/\tau \leq b$, respectively, where $b = f_m/q$, and $q = Q$-value of the filter.

The time constants are for the RC-filter $(1/\varepsilon)_{\mathrm{RC}} = 2\,\tau$ and for the integrating digital voltmeter $(1/\varepsilon)_{\mathrm{DGV}} = T$.

III. Spectra of the Gain Variations

The spectral gain variations were evaluated by measuring the minimum detectable noise temperature $\overline{\Delta T}_{min}$ at a number of modulating frequencies f_m between 0.1 Hz and 10 kHz.

Figure 2 shows the result of the measurements expressed in terms of $\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min}$. At frequencies > 30 Hz, gain variations are small enough to have no influence on $\overline{\Delta T}_{min}$, but for frequencies < 30 Hz they become very important. In Figure 2 we also have drawn some results observed by Rusch et al. [3] for a 3.3 mm superheterodyne radiometer. They explained the rise of $\overline{\Delta T}_{min}$ at low frequencies in the absence of an input temperature difference with a 'non-ideal Dicke radiometer term'. The introduction of this factor is unnecessary as the theory developed in [1] gives the right explanation.

In Figure 3 we find the spectrum of the gain variations $S_g(f_m)$. It was evaluated from the $\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min}$ curves by means of formula (2). The gain variations of the mixer are greater by a factor of about 10 than those of the tunnel diode amplifier. It is remarkable that nevertheless their influence on $\overline{\Delta T}_{min}$ is smaller. From formula (2) we can account for this behaviour. Assume a change in $\overline{\Delta T}_{min}$ can be observed when $\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min} \gtrsim 2$. Gain variations can be measured there if $S_g(f_m) \gtrsim 3/4\ B$. Consequently for the mixer we are able to determine gain variations of $\geq 0.5 \times 10^{-7}$ and for TDA's and TWT's of $\geq 0.75 \times 10^{-9}$. This consideration shows the limitation of the described method for the measurement of very small gain variations. For example for our mixer we cannot measure gain variations at frequencies > 1 Hz although we

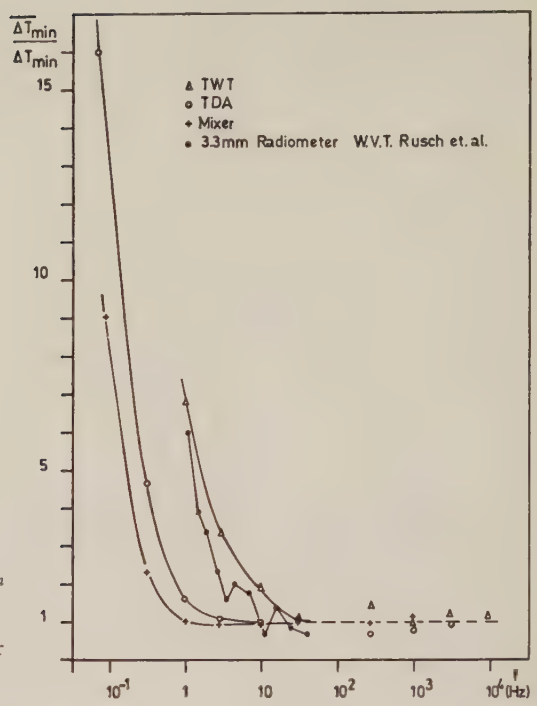


Figure 2
The measured dependence of $\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min}$ on the switching frequency f_m for TWT's, TDA's and mixer. In this figure is also shown the result by W. V. T. Rusch et al. for a 3.3 mm superheterodyne radiometer [3].

must assume these variations are bigger than for TDA's. For extreme broadband radiometers even very small spectral gain variations may give a considerable deterioration of $\overline{\Delta T}_{min}$, because the influence of the gain variations $S_g(f_m)$ on $\overline{\Delta T}_{min}$ depends on the RF-bandwidth B. This may present an ultimate limitation for the use of ultra-broadband low noise TWT's in radiometer applications.

IV. Measurements with Different Source Temperatures $T_1 - T_2 \neq 0$

For a Dicke-radiometer with a temperature difference $T_1 - T_2$ at the two inputs the expression for the minimum detectable temperature $\overline{\Delta T}_{min}$ in the presence of gain variations is [1, Formula 44]

$$\overline{\Delta T}_{min} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\, T_{sys} \left[\frac{\varepsilon}{B} + 4\,\varepsilon\, S_g(f_m) + 4\,\varepsilon \left(\frac{T_2 - T_1}{T_{sys}} \right)^2 \sum_1^\infty S_g(n\, f_m) \right.$$

$$(|a_{n-1}|^2 + |a_{n+1}|^2) + \frac{4}{\pi^2} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_{sys}} \right)^2 \qquad (4)$$

$$\left. \int_{-\infty}^{\infty} L(f)\, H\,(f_m - f)\, S_g(f)\, df \right]^{1/2} .$$

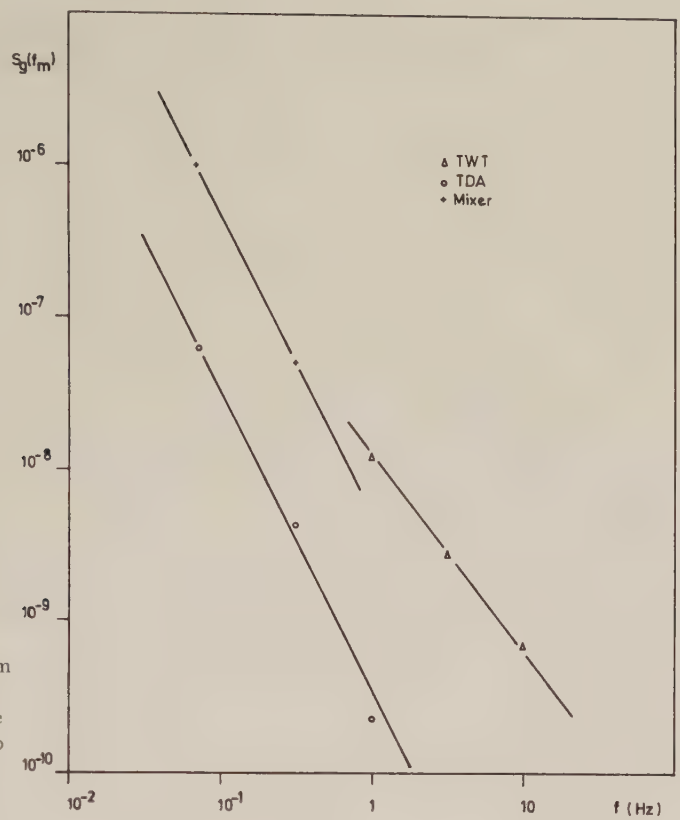


Figure 3
The gain variations spectrum $S_g(f)$ for TWT's, TDA's and mixer. The curves fitting the measured points, are used to calculate the parameters α and K in formula (8).

Here T_{sys} = system temperature as defined by Kraus [4]

$$T_{sys} = \left(T_n + \frac{T_2 + T_1}{2} \right) .$$

The terms d_{n-1} and d_{n+1} are the Fourier coefficients for a square wave ($a_0 = 1/2$, $a_1 = 1/\pi$, $a_3 = 1/3\,\pi \ldots$). For our experiment the following simplifications are permitted: f_m is chosen high enough so that $S_g(f_m) \simeq 0$ which is usually true for $f_m > 30$ Hz. The lowpass filter response curve L is assumed to have a rectangular characteristic with cutoff frequency $f_c = 1/\tau$ for the RC-filter and $1/\tau \ll b$ where b = bandwidth of the video filter. This assumption is permitted if frequencies $> f_c$ give no significant contribution to 'integral gain variations'. With these assumptions $\overline{\Delta T}_{min}$ becomes

$$\overline{\Delta T}_{min} \approx \frac{\pi\, T_{sys}}{\sqrt{2}} \left[\frac{\varepsilon}{B} + \frac{8}{\pi^2} \left(\frac{T_2 - T_1}{T_{sys}} \right)^2 \int_0^{+f_c} S_g(f)\, df \right]^{1/2} . \tag{5}$$

Formula 5 can be used to measure the integral gain variations

$$2 \int_0^{f_c} S_g(f)\, df = \left(\frac{\Delta G}{G} \right)^2 . \tag{6}$$

ΔG is the standard deviation of the gain and G its mean value. In a measurement the recording time sets a lower limit f_1 for the integral. With the formulas (5) and (6) we can write

$$\left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2 = \frac{\pi^2 \varepsilon}{4 B} \left(\frac{T_{sys}}{T_2 - T_1}\right)^2 \left[\left(\frac{\overline{\Delta T}_{min}}{\Delta T_{min}}\right)^2 - 1\right] . \tag{7}$$

For formula (7) the earlier considerations apply for the relation between the RF-bandwidth B and the influence of the integral gain variations $(\Delta G/G)^2$ on $(\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min})^2$. But $(\Delta G/G)^2$ is also dependent on ε. If ε is larger, the influence of $(\Delta G/G)^2$ on $(\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min})^2$ will be smaller, because the value of $(\Delta G/G)^2$ is independent of ε while $(\overline{\Delta T}_{min})^2$ is proportional to ε. The reason for this behaviour lies in the assumption that the spectrum of gain variations can be neglected for frequencies $> 1/\tau$ where $\varepsilon = 1/2\tau$.

For the measurement we have used the radiometer of Figure 1. The RF-amplifier consisted of 3 TDA's with an overall gain of 42 dB. The modulation frequency f_m was 1000 Hz. For the lower frequency limit we have chosen $f_1 = 10^{-3}$ Hz. The temperature difference $T_2 - T_1$ was 610 °K due to a heated load at 420 °C and a cooled load at −190 °C. Because of the slow temperature drift of these loads (approximately 0.3 °K/h) the results are an upper limit for the gain variations rather that a precise measurement. $\overline{\Delta T}_{min}/\Delta T_{min}$ was measured to be 14 for the $f_c = 1$ Hz low-pass filter and 4 for 10 Hz filter. The integral gain variations were computed to be

$$\int_{0.001}^{f_c} S_g(f)\, df \approx 10^{-6}$$

for both low-pass filters, and therefore

$$\frac{\Delta G}{G} \approx 10^{-3} .$$

This value agrees well with the value of 10^{-3} given by Kraus [4] for carefully stabilized amplifiers.

V. Conclusions

With the help of the spectrum of gain variations and the integral gain variations we can find an expression to describe the gain variations spectrum. Yaroshenko [5] gave an expression for the gain variations spectrum for audio frequency amplifiers ranging in quality

$$S_g(f) = K f^{-\alpha} . \tag{8}$$

Here α lies between 2 and 2,5 and K between 10^{-10} and 10^{-7} depending on the amplifier quality. The validity of this expression was investigated by Yaroshenko down to 0.05 Hz. If we employ formula (8) for the spectrum of gain variations of the TDA's we find $\alpha = 2$ and $K = 0.4 \times 10^{-9}$. We can also compute the integral gain variations

$$\int_{0.001}^{1} 0.4 \times 10^{-9} f^{-2}\, df \approx 0.4 \times 10^{-6} .$$

Hence it follows that $\Delta G/G = 0.63 \times 10^{-3}$. This value is in good agreement with the measured upper limit of the integral gain variations of 10^{-3}. In Figure 3 the spectra of gain variations are displayed for TDA's, TWT's and the mixer. The values for α and K and some computed values for $\Delta G/G$ are summarized in Table 3. In conclusion we can say that the expression by Yaroshenko originally derived for audio frequency amplifiers only, is also valid for microwave amplifiers. The limits for the value are in the range $1{,}3 \leqslant \alpha \leqslant 2$. Furthermore the described method of measuring $\overline{\Delta T}_{min}$ as a function of the modulation frequency for a Dicke radiometer is useful to investigate gain variations of RF-amplifiers.

Table 3

The calculated gain variation spectrum and the calculated long and short term integral gain variations for the different RF-amplifiers.

Amplifier type	Gain variation spectrum $K \times f^{-\alpha}$	Integral gain variation $\Delta G/G$ short term $f_1 = 0.1$ Hz	long term $f_1 = 0.001$ Hz
TWT Travelling-wave-tube	$1.3 \times 10^{-8} \times f^{-1,3}$	1.6×10^{-4}	
TDA Tunneldiode-amplifier	$0.4 \times 10^{-9} \times f^{-2}$	0.63×10^{-4}	0.63×10^{-3}
Mixer	$5 \times 10^{-9} \times f^{-2}$	2.2×10^{-4}	2.2×10^{-3}

Acknowledgment

We wish to express our thanks to Professor K. P. Meyer, head of the Institute of Applied Physics, University of Berne, to whom this work is dedicated for his 60th anniversary. We thank also Dr. E. Schanda for many helpful discussions.

References

[1] A. Magun, K. Künzi, Z. angew. Math. Phys. *22*, 392 (1971)
[2] R. M. Dicke, *The Measurement of Thermal Radiation at Microwave Frequencies*, Rev. Sci. Instr. *17*, 268 (1946).
[3] W. V. T. Rusch, S. D. Slobin, C. T. Stelzried, *Millimeter-Wave Radiometry for Radio Astronomy*, JET Prop. Lab. Pasadena, California, USCEE Report 263, March 1968.
[4] J. D. Kraus, *Radio Astronomy* (McGraw-Hill Book Co., New York 1966), p. 248.
[5] V. Yaroshenko, *Influence of the Fluctuating Factor of Amplification on the Measurement of Weak Noiselike Signals*, Radiotechnica *7*, 749 (1964).

Abstract

The dependence of the minimum detectable temperatur-difference $\overline{\Delta T}_{min}$ of a Dicke-radiometer on gain variations in the absence of an input temperature difference is used to measure the spectrum of the low frequency gain variations of various X-band amplifiers, namely travelling-wave tubes (TWT), tunnel-diode amplifiers (TDA) and a mixer IF-amplifier. For a radiometer input temperature difference unequal zero the integral gain variations $\Delta G/G$ for TDA's were investigated, and it will be shown that an expression due to Yaroshenko for gain variations of audio amplifiers can be adapted for microwave amplifiers.

Zusammenfassung

Der Zusammenhang zwischen dem minimalen detektierbaren Temperaturunterschied $\overline{\Delta T}_{min}$ und den Verstärkungsschwankungen eines Dicke-Radiometers für einen Eingangstemperaturunterschied gleich null wurde zur Bestimmung des niederfrequenten Verstärkungsschwankungsspektrum verwendet. Es wurden Wanderfeldröhren (TWT), Tunneldiodenverstärker (TDA) und Mischer ZF-Verstärker untersucht. Für den Fall einer Eingangstemperaturdifferenz ungleich null sind die integralen Verstärkungsschwankungen $\Delta G/G$ für Tunneldiodenverstärker gemessen worden und es wird gezeigt, dass ein Ausdruck, den Yaroshenko zur Beschreibung der Verstärkungsschwankungen in Audioverstärkern hergeleitet hat, auch für HF-Verstärker anwendbar ist.

(Received: December 18, 1970)